

УДК 004.02

## О ПОСТАНОВКЕ ЗАДАЧИ СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЙ ДЛЯ ВУЗА

© 2012 г. А.Н. Иванченко, А.Ю. Абухания

Южно-Российский государственный  
технический университет  
(Новочеркасский политехнический институт)

South-Russian State  
Technical University  
(Novocherkassk Polytechnic Institute)

*Выполняется формализация основных элементов задачи составления расписания учебных занятий для вуза. Проводится анализ «жестких» и «мягких» ограничений. Описывается общая схема решения задачи.*

*Ключевые слова:* расписание занятий вуза; «жесткие» и «мягкие» ограничения; оперативный учебный план; статические и динамические ограничения.

*In article running a formalization of the basic elements of the problem of scheduling training sessions for high school. Analyzed «hard» and «soft» constraints. Describes the general scheme of solving the problem.*

*Keywords:* university course scheduling; «hard» and «soft» constraints; online curriculum; static and dynamic constraints.

Деятельность любого вуза включает множество последовательно и параллельно выполняющихся процессов различных видов (семестровые учебные занятия, экзаменационные сессии, исследовательская работа студентов, научные мероприятия и др.), которые используют общие ресурсы (аудитории и лаборатории, исследовательское и производственное оборудование, компьютерную и презентационную технику, преподавателей). В этих условиях актуальной является задача повышения эффективности деятельности вуза путем разработки и реализации методов, моделей и программного обеспечения для составления рациональных расписаний различных процессов [1 – 3].

Остановимся на понятии «процесс». Очевидно, существует иерархическая вложенность процессов. Например, процесс обучения студента в вузе состоит из последовательности подпроцессов: обучение на 1 курсе, обучение на 2 курсе и т.д., каждый из которых также включает последовательность своих подпроцессов: обучение в осеннем семестре, сдача экзаменов в зимнюю экзаменационную сессию и т.д. Будем считать, что на нижнем уровне этой иерархии находятся учебные занятия – «элементарные процессы» (ЭП), представляющие собой совокупность взаимосвязанных ресурсов и деятельности, привязанных к определенному временному интервалу.

Выполним формализацию понятий «ресурс», «временной интервал», «деятельность» и «расписание» в рамках рассматриваемой предметной области [4].

В качестве ресурса будем рассматривать аудиторный фонд вуза – множество  $A = \{a_j\}$ . Перечисление элементов данного множества не составляет труда – достаточно выполнить сквозную нумерацию всех

учебных аудиторий университета. Однако, имея в виду необходимость проверки в процессе составления расписания различных условий «пригодности» конкретной аудитории  $a_j$  для конкретной деятельности, будем считать  $j$  мультииндексом:  $j = (j_b, j_a, j_c, j_t)$ , где  $j_b = 1, \dots, n_b$  – номер учебного корпуса в кампусе университета;  $j_a = 1, \dots, n_a$  – номер аудитории в учебном корпусе;  $j_c = 1, \dots, n_c$  – индекс вместимости аудитории (например, аудитория на 25, 50 или 100 человек);  $j_t = 1, \dots, n_t$  – тип аудитории (например, лекционная, компьютерный класс, лаборатория электроники и т.п.).

Для формализации понятия *временной интервал* отметим, прежде всего, что расписание занятий составляется на определенный период обучения. Существует два подхода в задании периода для составления расписания.

При первом подходе в качестве периода берется «естественный» период учебного плана – семестр, при втором – одна учебная неделя или две подряд идущие недели (первая и вторая, «синяя» и «красная» и т.п.). Первый подход («семестровое расписание») является наиболее точным, так как позволяет:

- учитывать текущие особенности календаря (праздничные дни);
- устанавливать для каждой дисциплины индивидуальные сроки ее изучения;
- рационально распределять различные виды занятий и контрольные мероприятия по дисциплине в течение периода ее изучения (например, обеспечить «начитывание» лекций в начале изучения дисциплины) и пр.

Второй подход («недельное расписание») проще в реализации, более понятен участникам образовательного процесса (преподавателям и студентам) в силу ритмичности недельного расписания, однако имеет существенные недостатки:

- все виды занятий по всем дисциплинам должны планироваться на весь семестр, что влечет также необходимость планирования зачетной сессии в конце семестра;

- объем каждого вида занятий по каждой дисциплине должен быть кратен продолжительности семестра в неделях;

- неизбежные «потери» части учебных занятий в праздничные дни.

Заметим, однако, что эти особенности не влияют на формальную постановку задачи составления расписания – мы рассматриваем лишь понятие «период составления расписания», в качестве которого в последующем может выступать неделя, две недели или семестр.

По существующей в вузах традиции продолжительность любого учебного занятия составляет 2 академических часа, называемых «парой», которая обычно равна 90 мин; время начала каждой пары фиксировано, а рабочий день может вместить, например, 7 пар, начинающихся в 8-00, 9-45, 11-30, 13-15, 15-00, 16-45, 18-30. Именно «пара» и составляет элементарный временной интервал  $t_i$ , а совокупность всех временных интервалов в отрезке времени, соответствующем периоду составления расписания, и образует множество  $T = \{t_i\}$ , которое используется в процессе составления расписания.

Для удобства выполним структуризацию множества  $T$ , считая  $i$  мультииндексом:

$$i = (i_w, i_d, i_p),$$

где  $i_w = 1, \dots, n_w$  – номер недели в пределах периода;

$i_d = 1, \dots, n_d$  – номер дня недели (обычно  $n_d = 5$  или 6);

$i_p = 1, \dots, n_p$  – номер пары (например,  $n_p = 7$ ).

Подобная структуризация позволяет оценить мощность множества  $T$ . Так, при двухнедельном периоде планирования получим  $|T| = 2 \times 6 \times 7 = 84$ .

Определим теперь понятие *деятельность*. Вначале приведем несколько описательных определений данного понятия: «лекция по дисциплине «Программирование» для потока из двух групп, которую читает профессор Иванов И.И.», «лабораторное занятие по физике для подгруппы, которое проводит ассистент Петров П.П.» и т.п. При формализации очевидным образом выделяются:  $g_k$  – группа обучаемых (множество обучаемых на данном занятии, которое не обязательно совпадает с академической студенческой группой и может быть частью группы или «поток» из нескольких академических групп),  $d_q$  – изучаемая дисциплина (совокупность названия дисциплины и вида учебного занятия) и  $p_l$  – преподаватель. Таким

образом, деятельность характеризуется тройкой объектов:

$$u_p = \{g_k, d_q, p_l\}.$$

Будем называть в дальнейшем эту тройку *учебной единицей (teaching unit)*. Совокупность всех учебных единиц вуза для рассматриваемого периода составления расписания образует множество  $U = \{u_p\}$ . Заметим, что  $U$  является мультимножеством:

$$U = \{(u_p, n_p)\},$$

где  $n_p$  – кратность элемента  $u_p$ , равная количеству повторений учебной единицы в течение расчетного периода (например, лекция по дисциплине «Математика» для заданного потока должна быть проведена 3 раза в течение двух недель).

Исчерпывающее перечисление элементов множества  $U$  можно получить, обработав все *учебные планы* вуза, действующие в заданном расчетном периоде. В последующем под учебным планом (УП, *Curriculum*) подразумевается нормативный документ, определяющий содержание и организацию подготовки по конкретной специальности (или по направлению подготовки), последовательность, объемы и сроки изучения дисциплин, виды учебных занятий. Учебный план – это наиболее полное, исчерпывающее «хранилище» всех данных, определяющих образовательные процессы по специальности (направлению) на протяжении всего периода освоения студентом *образовательной программы* (ОП, *Academic Program*).

Учитывая, что в вузах применяется групповая форма организации обучения, т.е. одним из субъектов образовательного процесса всегда является *группа обучаемых*, уточним смысл термина «группа». Отметим, что между сущностями «обучаемый» и «группа» существует отношение «многие ко многим», т.е. один обучаемый может входить одновременно во множество групп. Так, основной структурной единицей студенческого контингента вуза является *академическая группа*, которая, как правило, формируется в момент зачисления в вуз из студентов одной специальности или направления и существует в течение всего периода обучения. Однако при планировании образовательного процесса на конкретный период времени (например, семестр) формируются различные *учебные группы (study group)*, которые в большинстве случаев можно отнести к следующим видам:

- учебная группа совпадает с академической группой (такие группы используются при проведении практических занятий, семинаров, лекций по специальным дисциплинам);

- учебная группа включает несколько академических групп (такие группы называются потоками и используются, как правило, при проведении лекций; в поток могут входить академические группы одной специальности, нескольких специальностей одного факультета или академические группы разных факультетов);

– одна академическая группа разбивается на несколько учебных групп, которые в этом случае называются подгруппами (подгруппы используются при проведении лабораторных занятий).

С целью упрощения примем, что для текущего периода планирования расписания сформирован полный перечень учебных групп для всего вуза:  $G = \{g_k\}$  и для каждого  $g_k$  задан свой «оперативный учебный план группы» (ОУПГ) в виде множества «троек»  $\{d_q, p_i, n_p\}$ . Приведем примеры (табл. 1 и 2).

Таблица 1  
Учебный план потока ФИТ 3-5, 3-5б  
на весну 2011-12 уч. года ( $g_k$ )

Дисциплина $d_q$	Преподаватель $p_i$	Часов в неделю $n_p$
Сети ЭВМ (лек.)	Сидоров С.С.	3
Функциональное и логическое программирование (лек.)	Григорьев Г.Г.	3
Объектно-ориентированное программирование (лек.)	Иванов И.И.	3
Параллельное программирование (лек.)	Петров П.П.	2

Таблица 2  
Учебный план ФИТ 3-5б (1-я подгруппа)  
на осень 2011-12 уч. года ( $g_k$ )

Дисциплина $d_q$	Преподаватель $p_i$	Часов в неделю $n_p$
Базы данных и СУБД (лаб.)	Миронова М.И.	2
Компьютерная графика (лаб.)	Семин П.И.	2
Теория вычислительных процессов (лаб.)	Гаврилов А.И.	2
Базы данных и СУБД (лаб.)	Миронова М.И.	2

Очевидно, что составление подобных ОУПГ является рутинной процедурой обработки учебных планов специальностей и достаточно просто автоматизируется. Заметим, что каждый из ОУПГ является подмножеством множества  $U$  для фиксированного элемента  $g_k$ , а все множество  $U$  определяется множеством ОУПГ вуза.

Сделаем важное замечание относительно существующей зависимости между учебными группами, которая при составлении расписания проявляется как одно из «жестких» ограничений. Так, если  $g_i \cap g_j \neq \emptyset$ , то учебным группам  $g_i$  и  $g_j$  не могут планироваться занятия на одну и ту же пару. Для определенности примем, что зависимость учебных групп

задана булевой матрицей  $BG = \{bg_{ij}\}$  (0 – нет зависимости, 1 – есть зависимость).

Перейдем к формализации понятия *расписание*. Проведенная выше формализация понятий *ресурс*, *временной интервал* и *деятельность* позволяет рассматривать расписание (*schedule*) как некоторое однозначное отображение  $s$  из множества  $U$  во множество (декартово произведение)  $T \times A$ :

$$s: U \rightarrow T \times A.$$

Иными словами, расписание  $s$  ставит в соответствие каждой учебной единице упорядоченную пару (временной интервал, аудитория). Удобной графической иллюстрацией для отображения  $s$  может служить следующая таблица (бинарная матрица  $F$ ), каждая строка которой содержит точно одну единицу:

	$(t_1, a_1)$	$(t_1, a_2)$	...	$(t_1, a_{nA})$	$(t_2, a_1)$	...	$(t_{nT}, a_{nA})$
$u_1$	0	1	...	0	0	...	0
$u_2$	0	0	...	0	1	...	0
...	...	...	...	...	...	...	...
$u_{nU}$	0	0	...	1	0	...	0

Пусть  $S$  – множество всех возможных отображений для заданных  $U$ ,  $T$  и  $A$ . Очевидно, что не каждое отображение из  $S$  можно считать расписанием из-за возможной его физической нереализуемости. Так, например, два элемента из множества  $S$  приведут к нереализуемости всего отображения  $s$ , если в один и тот же временной интервал конкретный студент должен находиться в разных аудиториях (это соответствует случаю  $bg_{ij} = 1$ ). Будем считать, что требование физической реализуемости сформулировано некоторым набором «жестких» ограничений  $R_h$  [4 – 6]. Теперь множество отображений из  $S$ , удовлетворяющих всем ограничениям из  $R_h$ , можно назвать *множеством расписаний*  $S_h \subseteq S$ . Заметим, что некоторые из жестких ограничений можно интерпретировать как априорный запрет на использование определенных ячеек матрицы  $F$ . Будем считать, что в такие ячейки записывается специальное значение « $n/a$ » (*not available*).

Рассмотрим перечень «жестких» ограничений:

1. Условие доступности аудиторий – предполагается, что каждая аудитория имеет свой график доступности, запрещающий ее использование в определенные временные интервалы. Это означает, что некоторые столбцы матрицы  $F$  должны быть заранее вычеркнуты (или заполнены значениями « $n/a$ »). Подобное ограничение можно назвать статическим, так как его выполнение обеспечивается до решения задачи составления расписания и приводит к простому сужению области поиска решения.

2. Условие доступности преподавателей – предполагается, что преподаватель может иметь свой «график присутствия», означающий, что в определенные временные интервалы он находится вне вуза и не

может участвовать в учебном процессе. Это также статическое ограничение, и его выполнение сводится к априорной расстановке некоторого количества значений « $n/a$ » в строках матрицы  $F$ , соответствующих заданному преподавателю.

3. Условие совместимости двух учебных единиц  $u_i$  и  $u_j$ , означающее, что в заданном временном интервале (паре) каждый студент и каждый преподаватель может участвовать только в одном элементарном процессе. Проверка данного ограничения сводится к вычислению пересечения  $u_i \cap u_j$  – если оно пусто, то учебные единицы  $u_i$  и  $u_j$  совместимы. Заметим, что данное ограничение является динамическим, так как его нужно проверять только в процессе решения задачи, однако для сокращения вычислений соответствующая булева матрица  $BU$  может быть сформирована заранее.

4. Условие совместимости учебных единиц и аудиторий, которое предполагает существование списка допустимых аудиторий для каждой учебной единицы. Допустимость может быть связана как с вместимостью аудитории, так и с ее специализацией (поточная лекция не может проводиться в лаборатории, лабораторное занятие по механике не может проводиться в химической лаборатории и т.п.). Это – статическое ограничение, и его выполнение также сводится к априорной расстановке некоторого количества значений « $n/a$ » в строках матрицы  $F$ .

5. Условие «достижимости»: две аудитории, назначаемые в расписании в смежных временных интервалах, могут оказаться «недостижимыми» по отношению к преподавателю или студентам, если расстояние между соответствующими учебными корпусами велико (динамическое ограничение).

Наряду с «жесткими» ограничениями принято рассматривать и «мягкие» ограничения  $R_m$ , которые могут быть нарушены, и в целом степень нарушения совокупности таких ограничений может характеризовать «качество» расписания [1, 4 – 6].

Рассмотрим перечень «мягких» ограничений:

1. Количество учебных занятий в день, проводимых преподавателем, не должно превышать заданного значения  $W_p$ . Проверка данного ограничения может быть выполнена достаточно эффективно с учетом того, что индексы  $p$  для  $u_p$  и  $i$  для  $t_i$  являются мультииндексами (т.е. в индексе  $p$  содержится индекс преподавателя  $l$ , а в индексе  $i$  содержится номер дня недели  $d$ ).

2. Количество учебных занятий в день, на которых должен присутствовать студент, не должно превышать заданного значения  $W_s$ . Проверка данного ограничения производится с использованием вышеупомянутой булевой матрицы  $BG$ .

3. Учебные занятия, планируемые преподавателю на конкретный день, должны быть расположены в смежных временных интервалах (без «окон»). Соответственно, количество таких «окон» может служить мерой качества расписания.

4. Учебные занятия, планируемые студенту на конкретный день, также должны быть расположены в

смежных временных интервалах (без «окон»), а количество «окон» влияет на оценку качества расписания.

5. Желательно отсутствие «переходов» между учебными корпусами в течение дня как для преподавателей, так и для студентов (соответственно, количество переходов служит мерой качества расписания).

6. Желательно планировать лекции в начале рабочего дня и не чередовать их с занятиями других видов.

7. Количество избыточных мест в аудитории по отношению к количеству студентов не должно быть большим.

8. Обеспечение режима двухсменной работы вуза, когда за каждым из факультетов для текущего учебного года закрепляется определенная «смена» (1-я или 2-я), означающая желательность планирования занятий для студентов в определенные временные интервалы, например, для первой смены – пары с 1 по 5, а для второй с 3 по 7. Отклонение от рекомендуемой сменности влияет на качество расписания.

Можно предположить, что приведенный список «мягких» ограничений не является исчерпывающим и может расширяться.

Выполненная формализация задачи составления расписания учебных занятий для вуза позволяет предложить следующую схему решения задачи:

1. Подготовка исходных данных: формирование множеств  $U$ ,  $T$  и  $A$ . Это – достаточно рутинный процесс, однако в силу больших размеров данных множеств и наличия в них структурных особенностей (что выражается использованием мультииндексов) его реализация должна опираться на тщательную проработку соответствующих структур данных (информационной модели) и предусматривать разработку программных средств автоматизации обработки данных с «дружественными» пользовательскими интерфейсами.

2. Формирование исходного состояния для матрицы  $F$  путем обработки массива статических ограничений, а также формирование вспомогательных булевых матриц  $BG$  (зависимость учебных групп) и  $BU$  (зависимость учебных единиц).

3. Генерация «нулевого» приближения – допустимого расписания  $s \in S_h$  на сформированной матрице  $F$ , удовлетворяющего динамическим ограничениям, и оценка его «качества» путем свертки векторного критерия, в котором частные критерии являются мерой оценки степени нарушения «мягких» ограничений.

4. Организация итерационного процесса улучшения текущего расписания путем использования какого-либо из известных методов дискретной оптимизации [4 – 6].

## Литература

1. Завьялов А.М., Новиков А.В. Автоматизация задачи составления учебного расписания [электронный ресурс] //

- Системный анализ в науке и образовании : электрон. журн. 2009. № 1. <http://www.sanse.ru/archive/12> (дата обращения: 02.07.2012).
2. Добрынин В.Н., Миловидова А.А. Технология оценки сложности для выбора метода решения задачи составления расписания [электронный ресурс] // Системный анализ в науке и образовании : электрон. журн. 2011. № 4. URL: <http://www.sanse.ru/archive/22> (дата обращения: 02.07.2012).
  3. Ерунов В.П., Морковин И.И. Формирование оптимального расписания учебных занятий в вузе // Вестн. ОГУ. 2001. № 3. С. 55 – 63.
  4. University course scheduling using parallel multi-objective evolutionary algorithms [электронный ресурс] / М.М. Aldasht, М.Н. Saheb, I. Najjar, М.Н. Tamimi, Т.О. Takruri // J. Theor. and Appl. Information Technology. 2010. Vol. 22, № 2. P. 129 – 136. URL: <http://www.jatit.org/volumes/researchpapers> / Vol22No2/8Vol22No2.pdf (дата обращения: 02.07.2012).
  5. Oluwasefunmi T. Arogundade, Adio T. Akinwale, Omotoyosi M. Aweda A. Genetic Algorithm Approach for a Real-World University Examination Timetabling Problem [электронный ресурс] // Int. J. Computer Applications. 2010. Vol. 12, № 5, December 2010. 4 p. URL: <http://www.ijcaonline.org/volume12/number5/pxc3872083.pdf> (дата обращения: 02.07.2012).
  6. Ramirez E.R. Using genetic algorithms to solve high school course timetabling problems : A Thesis Presented to the Faculty of San Diego State University. In Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Master of Science in Computer Science [электронный ресурс]. 2010. 57 p. URL: [http://sdsu-dspace.calstate.edu/xmlui/bitstream/handle/10211.10/567/Ramirez\\_Eugene.pdf](http://sdsu-dspace.calstate.edu/xmlui/bitstream/handle/10211.10/567/Ramirez_Eugene.pdf) (дата обращения: 02.07.2012).

*Поступила в редакцию*

*1 августа 2012 г.*

**Иванченко Александр Николаевич** – канд. техн. наук, профессор, кафедра «Программное обеспечение вычислительной техники», Южно-Российский государственный технический университет (Новочеркасский политехнический институт). E-mail: [ian2008.52@mail.ru](mailto:ian2008.52@mail.ru)

**Абухания Амер Юсеф** – аспирант, кафедра «Программное обеспечение вычислительной техники», Южно-Российский государственный технический университет (Новочеркасский политехнический институт). E-mail: [am27er@gmail.com](mailto:am27er@gmail.com)

**Ivanchenko Alexander Nikolaevich** – Candidate of Technical Sciences, professor, department «Software computer engineering», South Russia State Technical University (Novocheerkassk Polytechnic Institute). E-mail: [ian2008.52@mail.ru](mailto:ian2008.52@mail.ru)

**Abu hania Amer Yusef** – post-graduate student, department «Software computer engineering», South Russia State Technical University (Novocheerkassk Polytechnic Institute). E-mail: [am27er@gmail.com](mailto:am27er@gmail.com)