

# МЕТОДЫ РАНЖИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ ФОРМИРОВАНИЯ РАСПИСАНИЙ

**Н.Н. Клеванский**

*Саратовский государственный аграрный университет им. Н.И. Вавилова*

Россия, 410012, Саратов, Театральная пл., 1

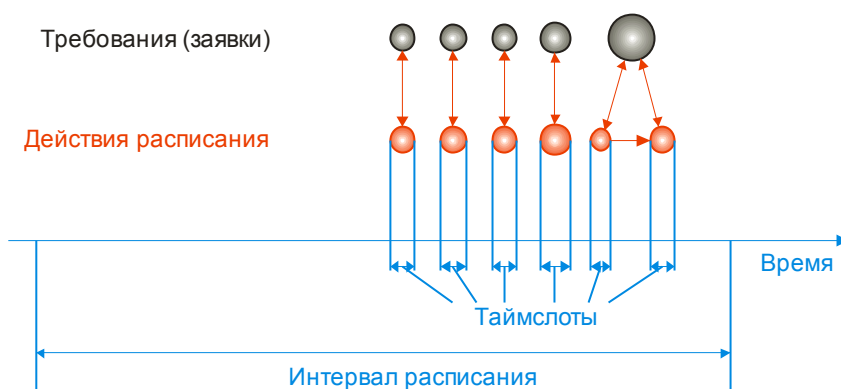
Е-mail: [nklevansky@yandex.ru](mailto:nklevansky@yandex.ru)

**Ключевые слова:** расписание, заявка, событие, многокритериальное, многовекторное и гипервекторное ранжирование

**Аннотация:** Представлены результаты реализации методов многокритериального, многовекторного и гипервекторного ранжирования в задачах формирования и оптимизации расписаний.

## 1. Введение

Большинство задач расписания являются задачами формирования и оптимизации процесса обслуживания конечного множества требований (заявок) на осуществление действий (работ, событий, операций) в системе, содержащей ограниченные ресурсы [1]. Для каждого требования в качестве исходных данных указываются допустимые наборы ресурсов, а расписание обслуживания требований – это однозначное отображение, в котором каждому требованию в определенный промежуток времени (таймслот) ставится действие с определяемым набором ресурсов (рис. 1). В некоторых задачах расписания одно требование может порождать несколько разделенных во времени и взаимосвязанных действий. Требования могут быть связаны с различными объемами требуемых ресурсов системы.



**Рис. 1.** Взаимосвязь заявок и действий расписания.

Аналогично, можно отметить однозначное отображение, в котором каждому действию или группе взаимосвязанных действий расписания соответствует исходное требование (заявка).

В зависимости от предметной области обслуживаемых процессов возможно два типа задач формирования расписаний:

- задачи на быстроедействие (минимизация времени расписания) обслуживания требований;
- задачи на эффективность обслуживания требований для задаваемого интервала времени, внутри которого формируется расписание.

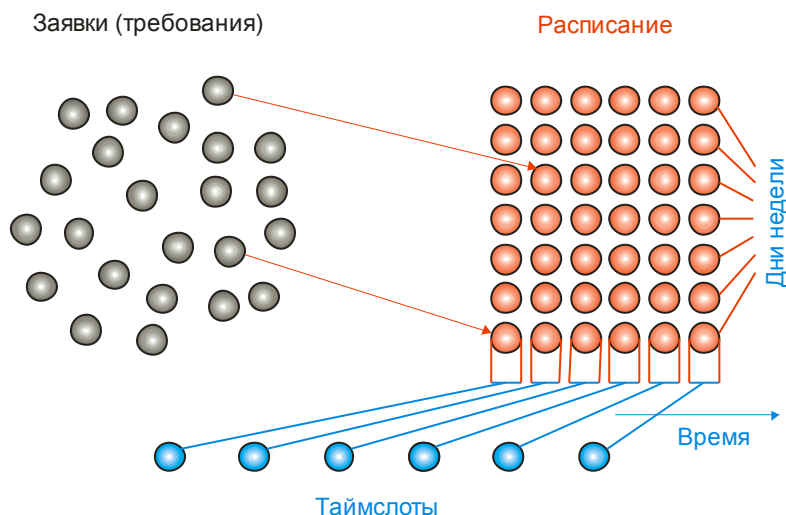
В докладе будут рассмотрены методы решения задач второго типа, в которых эффективность обслуживания требований определяется, прежде всего, эффективностью использования ресурсов системы. Формирование расписания связано с многокритериальными операциями выбора [2,3], для которых использованы методы ранжирования.

Целью данного доклада является демонстрация подходов и методов решения задач формирования расписаний с применением методов ранжирования теории принятия решений.

## 2. Классификация задач расписания

Различия в решении задач расписания определяются видом связей между заявками на формирование расписания:

- расписание является множеством независимых друг от друга действий (рис. 2). То есть, любое действие, являющееся элементом расписания, может быть расположено в любом таймслоте интервала расписания. К этому типу относятся расписания экзаменов, занятий и т.п. Для этого типа задач расписания характерна возможность произвольного выбора заявок при его формировании. То же самое относится к выбору элементов расписания при его оптимизации. Для визуализации в расписании одновременно происходящих событий используется двумерное представление времени;



**Рис.2.** Схема расписания для независимых заявок.

- расписание является множеством независимых друг от друга векторов действий, являющихся элементами расписания. Например, расписание движения пассажирского транспорта (рис. 3). Расписание будет формироваться из векторов заявок, каждая из которых включает прохождение одного перегона между остановками и пребывание на конечной остановке перегона. Формирование расписания основано

на возможности произвольного выбора векторов заявок. Оптимизация расписания обеспечивается перестановкой элементов расписания – векторов действий, то есть изменением времени начала первого действия. Круговое представление расписания в данном случае (рис. 3) позволяет наглядно представить возникающую неравномерность действий расписания;

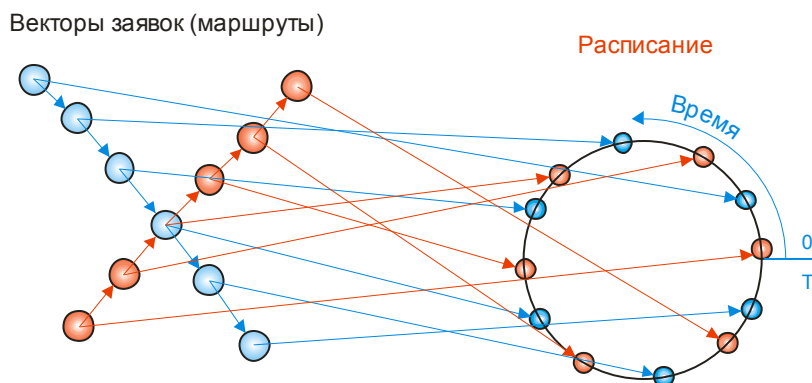


Рис.3. Схема расписания для векторов заявок.

- расписание является множеством независимых друг от друга иерархий действий. К этому типу расписаний относится, например, календарный график малоэтажного строительства поселка (рис. 4), где каждая иерархия представляет необходимые работы (действия) для возведения и обустройства одного здания. При формировании расписания и его оптимизации должны рассматриваться иерархии заявок и действий. Элементами расписания будут иерархии действий. Наиболее удобными для восприятия расписания были бы диаграммы Ганта;

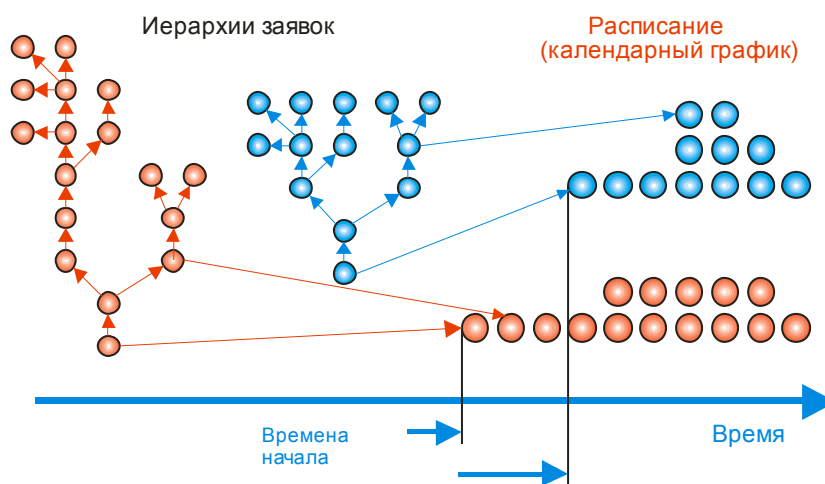


Рис.4. Схема расписания для иерархий заявок.

- расписание является множеством независимых друг от друга сетевых структур действий. К этому типу расписаний относится большинство календарных графиков мультипроектного планирования (рис. 5). Каждая сеть представляет отдельный проект. Проекты могут быть технологически независимыми, но объединенными по потребляемым ресурсам, прежде всего по возобновляемым ресурсам. При формировании расписания и его оптимизации должны рассматриваться сетевые структуры заявок и действий. Элементами расписания будут сетевые структуры действий. Как

и в предыдущем случае диаграммы Ганта наиболее предпочтительны для представления календарного графика (расписания). Так как иерархические структуры являются частным случаем сетевых структур, то методы формирования расписания в обоих случаях очень близки.

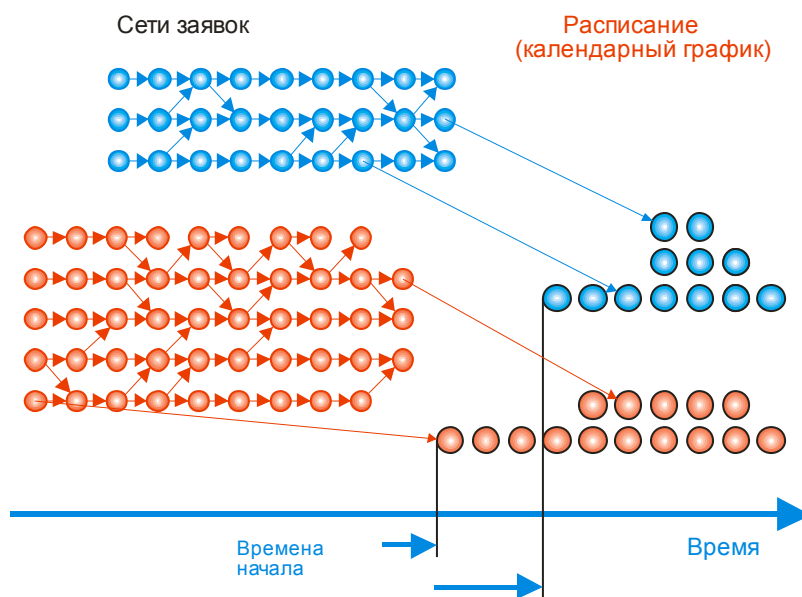


Рис.5. Схема расписания для сетей заявок.

### 3. Основные концепции и подходы

В процессе алгоритмизации и разработки программного обеспечения для формирования расписаний были использованы следующие концепции:

- программное решение задачи в рамках СУБД;
- двухэтапный процесс решения;
- идеология жадного алгоритма;
- концепция загруженности;
- концепция равномерности;
- использование методов ранжирования теории принятия решений.

Практическая значимость задачи формирования расписания, по нашему мнению, имеет смысл только тогда, когда реализация этой задачи находится в составе интегрированной системы управления любой деятельностью. Тогда исходные данные для формирования расписания будут генерироваться системой при решении предшествующих задач, а данные полученного расписания будут использоваться последующими задачами. Как правило, интегрированные системы базируются на базах данных различной природы [4], что обусловило первую концепцию.

Для решения задач расписания использован двухэтапный подход [5-8], включающий формирование начального расписания и его последующую оптимизацию. Под начальным расписанием понимается любое непротиворечивое расписание, удовлетворяющее обязательные ограничения. Оптимизация начального расписания в большинстве случаев имеет локальный характер [9].

Задача формирования начального расписания решается последовательным выбором заявки или совокупности заявок и последующим ее включением в расписание в выбранное время начала выполнения действия. То есть, на каждом шаге решения задачи

формирования начального расписания присутствуют две операции выбора, после чего принимаются некоторые решения.

Задача оптимизации начального расписания решается последовательным выбором действия или совокупности действий и последующей его перестановкой в расписании в выбранное время начала выполнения действия. То есть, на каждом шаге решения задачи оптимизации начального расписания также присутствуют две операции выбора, после чего принимаются некоторые решения.

Такой подход на обоих этапах характерен для жадных алгоритмов и широко используется для задач формирования расписаний и связанных с этим задач распределения ресурсов [9, 10].

Жадный подход строит решение посредством последовательности шагов, на каждом из которых получается частичное решение поставленной задачи, пока не будет получено полное решение. При этом на каждом шаге – и это является главным в рассматриваемом методе – выбор должен быть:

- допустимым, то есть удовлетворять ограничениям задачи;
- локально оптимальным, то есть наилучшим локальным выбором среди всех допустимых вариантов, доступных на каждом шаге;
- окончательным, то есть, будучи сделан, он не может быть изменен последующими шагами алгоритма.

Эти требования поясняют название метода: на каждом шаге он предполагает «жадный» выбор наилучшей доступной альтернативы в предположении, что последовательность локально оптимальных выборов приведет к глобально оптимальному решению всей задачи. Использование идеологии жадных алгоритмов предполагает цикличность алгоритмов для обоих этапов решения задачи формирования расписания.

Выбор заявок или совокупностей заявок в начале каждого шага метода формирования начального расписания основан на концепции загруженности ресурсов системы. Критерии загруженности заявок формируются из скалярных оценок загруженности элементов возобновляемых ресурсов, включенных в заявку или требуемых для соответствующего элемента расписания. Оценки загруженности являются значениями неизменяемых в процессе формирования расписания функций загруженности. Так как оценки загруженности ресурсов зависят от количества заявок, содержащих конкретный ресурс, количества включенных в расписание заявок данного ресурса и количества таймслотов (временных периодов) интервала расписания, необходим их расчет в начале каждого шага. Оценки загруженности входят в состав критерия загруженности заявки, структура которого определяется предметной областью. В общем случае критерий загруженности заявки является многовекторным, то есть представляется множеством векторных компонент. Множество может быть пустым (для технологических пауз) или может быть представлено одним вектором. Количество оценок загруженности заявок не меньше количества видов ресурсов системы, что свидетельствует о многокритериальном характере [11] задачи формирования начального расписания. Критерий загруженности совокупности заявок формируется из критериев загруженности заявок и в общем случае является множеством многовекторных компонент. В зависимости от типа задачи расписания на каждом шаге осуществляется выбор наиболее загруженной заявки или совокупности заявок путем ранжирования критериев загруженности.

Выбор времени включения элемента расписания базируется на концепции равномерности распределения ресурсов [12]. Для выбранной наиболее загруженной заявки или совокупности заявок определяются все возможные в соответствии с обязательными ограничениями начальные времена включения в расписание. Для каждого начального времени включения рассчитываются оценки равномерности загрузки элементов ресурсов системы [13], в предположении использования этого времени. Оценки равномерно-

сти являются значениями изменяемых в процессе формирования расписания функций равномерности. На рисунках 6 и 7 представлены функции равномерности для одного из ресурсов в расписании, формируемом из векторов заявок. Абсциссой на обоих рисунках является варьируемое начальное время. Следует отметить, что в большинстве случаев функции равномерности не являются непрерывными и имеют точки разрыва первого рода.

В общем случае критерий равномерности действия расписания является многовекторным, а критерий равномерности совокупности действий является множеством многовекторных компонент. Выбор времени включения элемента расписания осуществляется путем ранжирования критериев равномерности действий или совокупности действий расписания. Включение наиболее загруженной заявки или совокупности заявок в расписание осуществляется в выбранное время начала выполнения действий.

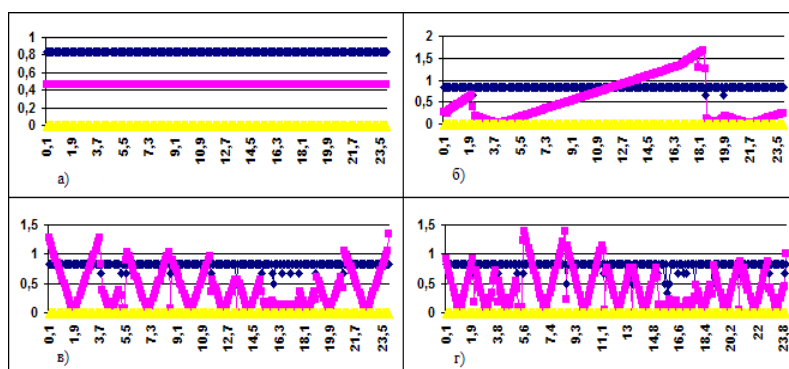


Рис. 6. Функции равномерности станции при включении: а – одного маршрута; б – двух маршрутов; в – десяти маршрутов; г – пятнадцати маршрутов.

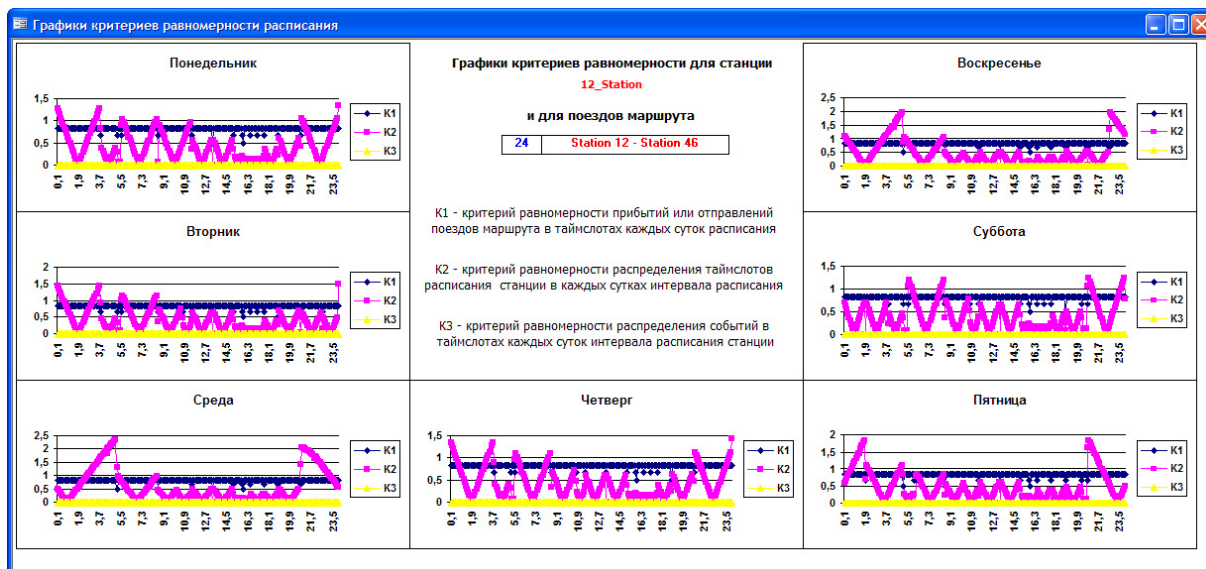


Рис. 7. Функции равномерности станции выбранного маршрута в разные дни недельного интервала расписания.

Выбор действий или совокупности действий в методе оптимизации начального расписания основан на оценках равномерности. Так как функции равномерности действий расписания зависят от текущего расписания (рис. 6, 7), то необходим расчет оценок равномерности действий расписания и формирование критериев равномерности в начале каждого шага. В зависимости от типа задачи расписания на каждом шаге оптимиза-

ции осуществляется выбор наиболее неравномерного действия или совокупности действий. Операция выбора осуществляется ранжирования критериев равномерности действий или совокупности действий расписания.

Для наиболее неравномерного действия или совокупности действий определяются все возможные в соответствии с обязательными ограничениями времени перестановки в расписании. Для каждого времени рассчитываются критерии равномерности расписания в предположении использования этого времени. Выбор времени перестановки элемента расписания осуществляется путем ранжирования критериев равномерности действий или совокупности действий расписания. Перестановка наиболее неравномерного действия или совокупности действий в расписании осуществляется в выбранное время начала выполнения действий. В некоторых случаях оптимизации начального расписания перестановке подвергается не наиболее неравномерное действие или совокупность действий, а другой элемент расписания. Например, на очередном шаге оптимизации расписания занятий в ВУЗ'е наиболее неравномерным определяется занятие потока. Повышение равномерности расписания может быть достигнуто или перестановкой этого занятия, или перестановками других занятий групп потока. Такой способ оптимизации очень близок к оптимизации, получившей название имитация отжига (simulated annealing algorithm).

Рассмотренные четыре операции выбора, с одной стороны, дают по четыре различные жадные эвристики для каждого типа расписаний. С другой стороны, операции выбора базируются на решении задач ранжирования критериев различного вида.

Задачи ранжирования включают определение множества Парето (исключение неэффективных вариантов) и ранжирование элементов множества с формированием кортежа Парето. В соответствии с [14] различают следующие виды ранжирования:

- многокритериальное;
- многовекторное;
- гипервекторное.

Многокритериальное ранжирование использовано для векторных критериев и основано на попарном сравнении всех векторов по соответствующим скалярным компонентам с последующим определением множества Парето и ранжированием элементов этого множества. За основу взят метод «жесткого» ранжирования [14].

Для критериев многовекторной структуры использовано многовекторное ранжирование [14], заключающееся в применении «жесткого» ранжирования к каждой векторной компоненте критерия. Затем осуществляется «жесткое» ранжирование рангов (псевдозначений) векторных компонент.

Для критериев, являющихся множеством многовекторных компонент, использовано гипервекторное ранжирование [14], заключающееся в использовании многовекторного ранжирования каждой многовекторной компоненты и последующем «жестком» ранжировании рангов многовекторных компонент.

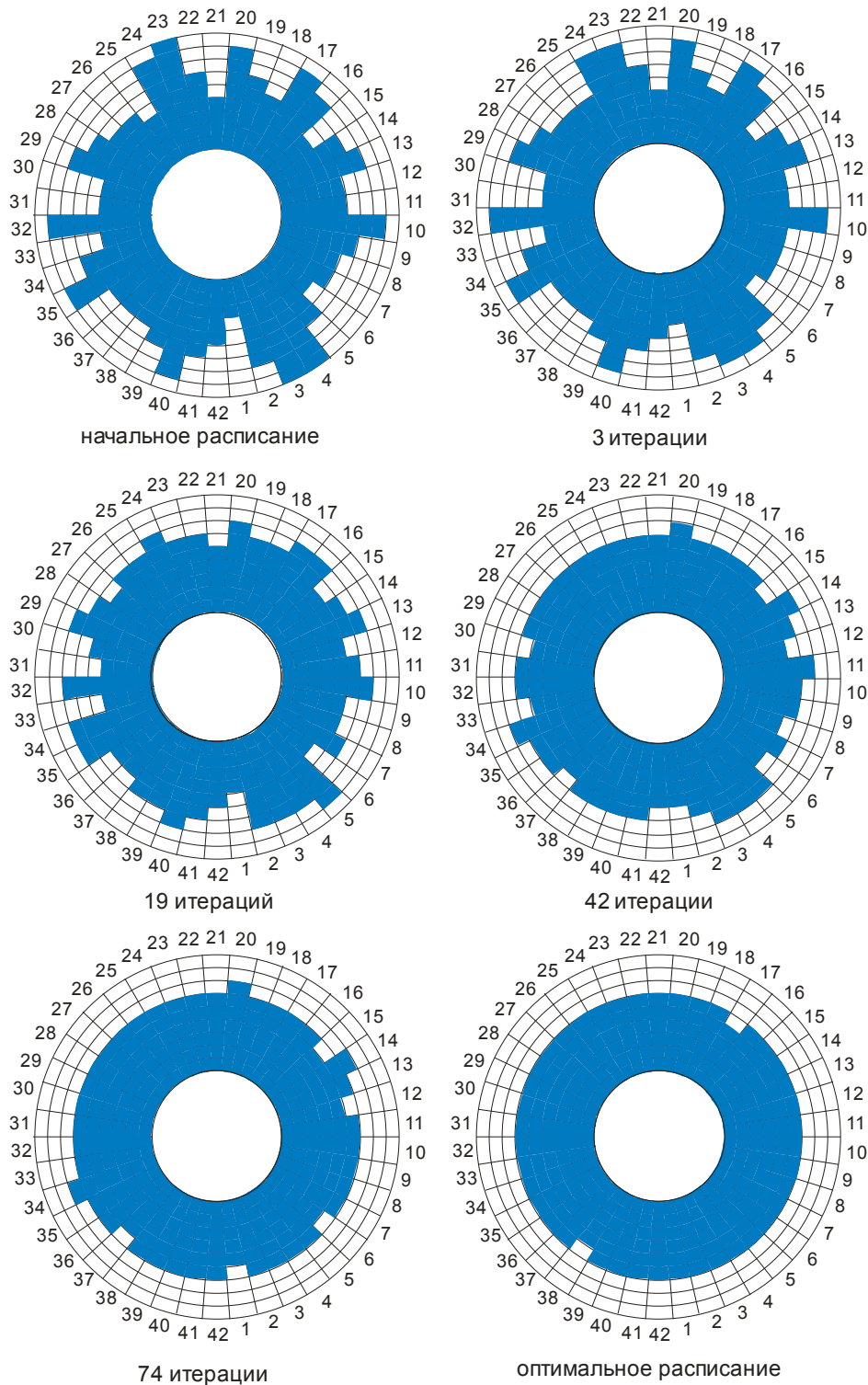
## 4. Результаты формирования расписаний

На рис. 8-10 представлены визуализированные результаты формирования расписаний первых двух типов – независимых заявок и векторов заявок. Результаты формирования расписаний для иерархий и сетей заявок представлены в докладе «Формирование календарных графиков мультипроектного планирования».

На рис. 8 показаны круговые представления оптимизации расписания экзаменационной сессии ВУЗ'а от начального до оптимального с представлениями нескольких промежуточных результатов. Продолжительность экзаменационной сессии – 3 недели.

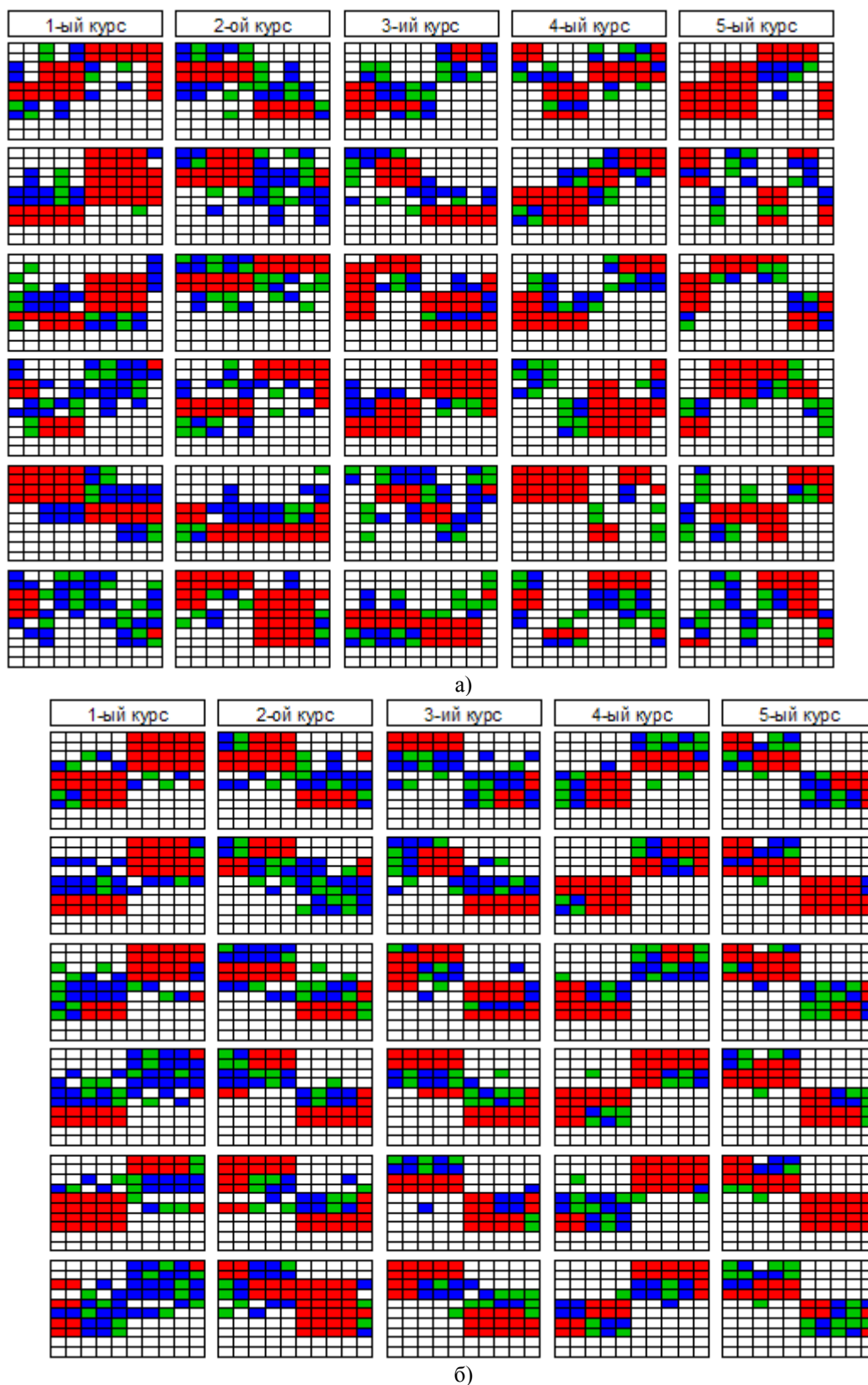


В течение одного дня сессии выделяется два временных промежутка (таймслота) для приема экзаменов. По периметру изображений приведена нумерация соответствующих таймслотов. Критерии загруженности заявок (учебных поручений) и равномерности действий (экзаменов) для этой задачи формирования расписания представляются векторами с тремя скалярными компонентами.



**Рис. 8.** Визуализация отдельных этапов оптимизации расписания экзаменов.



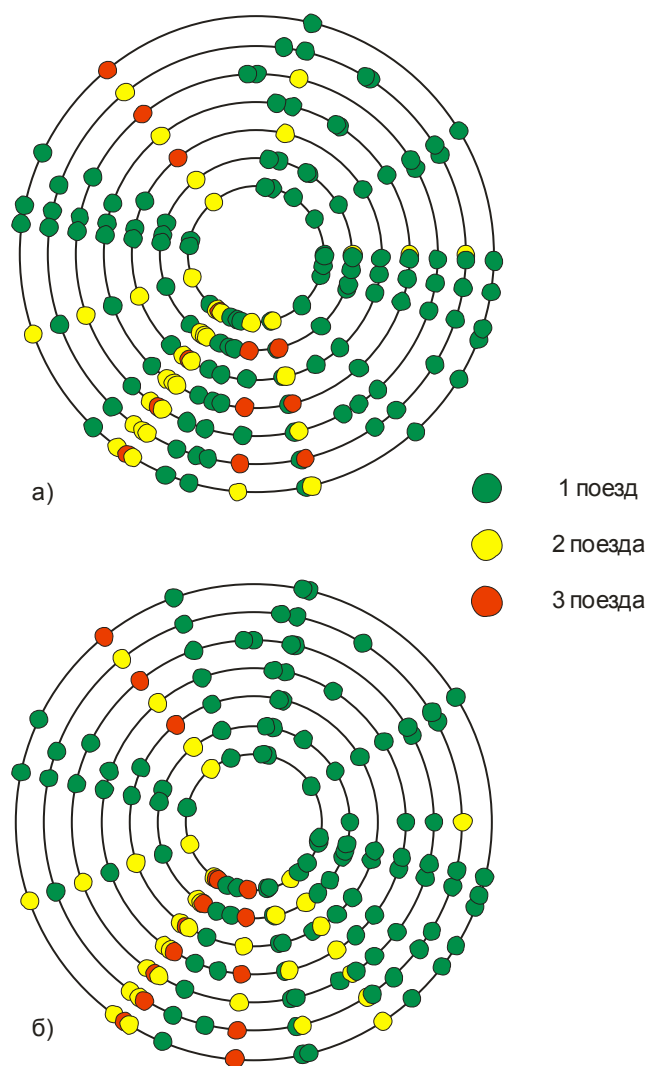


**Рис. 9.** Результаты оптимизации расписания занятий ВУЗ'а: а – начальное расписание; б – оптимизированное расписание.

На рис. 9 представлены результаты формирования расписания 927 занятий для 50 групп ВУЗ'а. Занятия обеих недель расписания для одной «пары» находятся одно под

другим. Критерии загруженности и равномерности занятий в силу вузовской специфики имеют трехвекторное представление.

На рис. 10 представлены результаты формирования расписания для векторов заявок на примере движения железнодорожного транспорта. На рисунке показаны круговые представления расписания движения поездов по одной из станций железнодорожной сети. 7 окружностей представляют дни недели, являющейся интервалом расписания. Критерии загруженности и равномерности маршрутов поездов имеют трехвекторное представление. Разным цветом представлены ситуации одновременного нахождения поездов на станции.



**Рис. 10.** Результаты оптимизации самой загруженной станции: а – начальное расписание; б – оптимизированное расписание после 47 шагов оптимизации.

## 5. Заключение

В заключение отметим, что в докладе представлено следующее:

- а) приведена классификация задач расписания;
- б) обосновано применение методов ранжирования и показаны результаты формирования расписаний различного типа.

## Список литературы

1. Танаев В.С., Шкурба В.В. Введение в теорию расписаний. М., 1975. 256 с.
2. Burke E.K., de Werra D., Kingston J. Applications in Timetabling – section 5.6 of the Handbook of Graph Theory (Ed. by J. Yellen and J. Grossman). To be published by Chapman Hall/CRC Press, 2003.
3. Serafini P., Ukovich W. A mathematical model for periodic scheduling problems // SIAM Journal on Discrete Mathematics. 1989. Vol. 2, No. 4. P. 550-581.
4. Хорафас Д., Легг С. Конструкторские базы данных. М.: Машиностроение, 1990. 224 с.
5. Клеванский Н.Н., Кашин С.С. Формирование расписания занятий университета с использованием методов ранжирования // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2010. № 4 (49). С. 143-150.
6. Клеванский Н.Н., Кравцов Е.Ф. Математическое моделирование формирования начальных многопериодных расписаний // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2009. С. 100-106.
7. Клеванский Н.Н., Михайлова М.М. Подходы к формированию расписаний для иерархий заявок. Доклады Академии Военных наук. 2012. № 5 (54). С. 77-82.
8. Клеванский Н.Н., Красников А.А. Задача формирования календарных графиков мультипроектного планирования. Доклады Академии Военных наук. 2013. № 3 (58). С. 89-93.
9. Кочетов Ю.А., Столяр А.А. Новые жадные эвристики для задачи календарного планирования с ограниченными ресурсами // Дискретный анализ и исследование операций. Новосибирск. 2005. Серия 2. Т. 12, №1. С. 12-36.
10. Прилуцкий М.Х., Власов В.С. Построение оптимальных по быстродействию расписаний в канонических системах «конвейер-сеть» // Информационные технологии. 2011. № 3. С. 26-31.
11. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. 2-е изд., испр. и доп. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 256 с.
12. Баркалов П.С., Буркова И.В., Глаголев А.В. и др. Задачи распределения ресурсов в управлении проектами. М.: ИПУ РАН, 2002. 65 с.
13. Клеванский Н.Н., Федоров В.В., Кашин С.С. Критерии равномерности в задачах расписаний // Интеллектуальные системы: Труды X межд. симпозиума. М.: РУСАКИ, 2012. С. 394-397.
14. Сафронов В.В. Основы системного анализа: методы многовекторной оптимизации и многовекторного ранжирования. Саратов: Научная книга, 2009. 329 с.